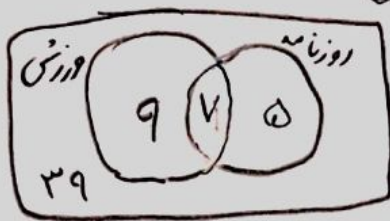




**Hamkelasi.ir**

۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟



$$39 - (9 + 7 + 5) = 39 - 21 = 18$$

۱۸ (۴) ✓

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۱۰۲- اگر  $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$  باشد، حاصل  $A^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

۱ (۴)

۰٫۷۵ (۳)

۰٫۵ (۲) ✓

۰٫۲۵ (۱)

$$A = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{15}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2+4+20}{15}} = 2^{\frac{26}{15}} = 2^2 \rightarrow 2A = 2^3 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = ۰٫۵$$

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است؟

 $-2 < m < ۳٫۵$  (۲) $-2 < m < ۲٫۵$  (۱) $-1 < m < ۲٫۵$  (۴) $-1 < m < ۲٫۵$  (۳)

$$\begin{cases} 2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq \frac{1}{2} \\ \Delta' \geq 0 \end{cases}$$

$$\Delta' \geq 0 \rightarrow 9 - (2m-1)(m-2) \geq 0 \rightarrow 9 - (2m^2 - 5m + 2) \geq 0 \rightarrow -2m^2 + 5m - 7 \geq 0 \rightarrow 2m^2 - 5m + 7 \leq 0$$

$$\begin{matrix} m=3 \\ m=-1 \end{matrix}$$

۱۰۴- نمودار تابع  $y = -x^2 + 2x + 5$  را ۳ واحد به طرف  $x$  های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف  $y$  های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

(۲٫۶) (۴)

(۳٫۵) (۳)

(۲٫۵) (۲)

(۳٫۴) (۱) ✓

$$-(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 - 2 > 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 13 < 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) < 0 \Rightarrow x \in (3, 4)$$

۱۰۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۲۵ (۳)

۷۲۸ (۲) ✓

۷۲۱ (۱)

$$h = \frac{98-14}{7} + 1 = 13 \quad S = \frac{13}{2} (98+14) = 728$$

۱۰۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

۴۶ (۴) ✓

۲۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{B+9} = \frac{1}{20} \rightarrow 20(B+9) + 20B = B(B+9) \rightarrow B^2 - 31B - 180 = 0$$

$$(B-34)(B+5) = 0$$

$$B = 34$$

۱۰۷- اگر  $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$  و  $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$  باشند. تابع  $g \circ f^{-1}$  کدام است؟

①  $\{(4,2), (5,2)\}$  (۱)  $\{(4,2), (3,5)\}$  (۲)  $\{(5,2), (2,4)\}$  (۳)  $\{(3,5), (2,4)\}$  (۴)

$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\} \rightarrow g \circ f^{-1} = \{(5,3), (4,1), (6,2)\}$$

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5,2), (4,2)\}$$

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت  $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$  نمودار تابع  $y = x^2 - x$  را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطع می کند.  $f(3)$  کدام است؟

می کند.  $f(3)$  کدام است؟

④ (۴) ✓

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$\begin{aligned} x=1 \rightarrow y=0 &\rightarrow 0 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-A-B} \rightarrow -A-B = 1 \\ x=2 \rightarrow y=2 &\rightarrow 2 = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2A-B} \Rightarrow -2A-B = 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 1 \end{cases} \Rightarrow f(3) = 4$$

۱۰۹- حاصل عبارت  $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲) ✓

$-\frac{3}{2}$  (۱)

$$\tan \left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) \cos \left(13\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

۱۱۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$  کدام است؟

$\sin a$  (۴)

$\cos a$  (۳) ✓

$-\cos a$  (۲)

$-\sin a$  (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+a) - \sin a}{x} \stackrel{H \cdot P}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+a) - 0}{1} = \cos a$$

۱۱۱- به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x > 2 \\ x-\sqrt{x+2} & ; x \leq 2 \end{cases}$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

۳ (۴)

③ (۳) ✓

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

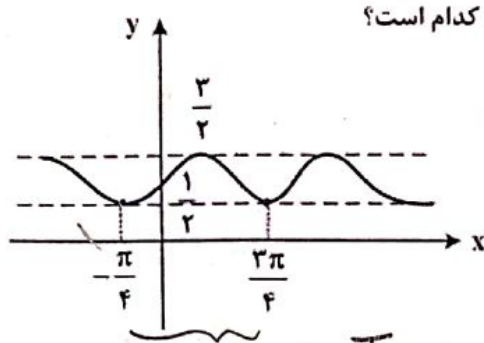
$$f(2) = 2a - 1$$

$$2a - 1 = \epsilon$$

$$2a = 5$$

$$a = 2,5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} \stackrel{H \cdot P}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = 6$$



۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = 1 + a \sin bx \cos bx$  است.  $a+b$  کدام است؟

$$y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

$$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} = 1 + \frac{a}{2}(-1) \Rightarrow 1 = 2 - a \Rightarrow a = 1$$

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = 1$$

$$a+b = 2$$

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$  در بازه  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

جواب:  $\begin{cases} x=0, 2\pi \\ x=\frac{\pi}{2} \end{cases}$   $\Rightarrow \frac{5\pi}{2}$  (۱) ✓

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) = 1 - \sin x \cos x$$

$$(1 - \sin x \cos x)(\sin x + \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 2 \text{ (غیرممکن)} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \end{cases}$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{(x-2)^2} = -\infty \Rightarrow x^2 - 4x + \epsilon = x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = \epsilon \\ a+b = 0 \end{cases}$$

۱۱۵- اگر  $g(x) = x + \sqrt{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \frac{4}{3}$  باشد،  $(f \circ g)'(1)$  کدام است؟

$$f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \times f'(g(1)) = \left(1 + \frac{1}{2}\right) f'(2) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

۱۱۶- تابع باضابطه  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$  در نقطه  $x=2$  مشتق‌پذیر است.  $a+b$  کدام است؟

$$0 = 2 + 2a + b$$

$$f'_-(2) = f'_+(2) \Rightarrow 2 + a = -2 \Rightarrow a = -4$$

$$2 - 4 + b = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$a+b = -4 + 2 = -2$$

۱۱۷- در تابع با ضابطه  $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه  $[0, 2]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در

$x = \frac{3}{4}$  چقدر بیشتر است؟

$$\bar{f} = \frac{12 - 2}{2 - 0} = \frac{10}{2} = 5$$

۰٫۲۰ (۳)

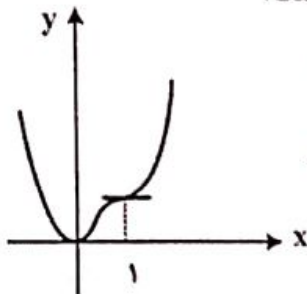
۰٫۱۵ (۲)

۰٫۱۰ (۱)

$$5 - 2 - \frac{11}{2} = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2} = -2.5$$

$$f'(x) = (1)\sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{2}{\sqrt{4x+1}} = 2 + \left(\frac{11}{2} \times \frac{2}{\sqrt{4x+1}}\right) = 2 + \frac{11}{\sqrt{4x+1}}$$

۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$  است.  $a$  کدام است؟



$$f'(0) = 0 \rightarrow 12x^2 + 2ax + b + c = 0$$

-۸ (۱)

-۷ (۲)

-۵ (۳)

-۴ (۴)

$$f'(1) = 0 \rightarrow 12 + 2a + b = 0$$

$$f''(1) = 0 \rightarrow 24x + 2a = 0$$

$$24 + 2a = 0 \rightarrow 2a = -24$$

$a = -12$

۱۱۹- فاصله نقطه می‌نیمم مطلق تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$  از خط مجانب قائم آن کدام است؟

$a = -1$

۲ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

۱ (۱)

میانگین  $x=1$

$$x=1 \rightarrow \frac{1+2}{(1-1)^2} = \frac{3}{0} = \infty$$

$$(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x) = 0 \rightarrow (2x+2)(x-1) - 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۱۵۰- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{12} + \tan^{-1}x\right)$  در نقطه  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{2}{4}$  (۱)

$$f'(x) = -\left(\frac{1}{1+x^2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12} + \tan^{-1}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{12} + \tan^{-1}x\right)$$

$$f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{1}{\frac{4}{3}} \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{3}{8}$$

۱۵۱- مقدار میانگین تابع  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$  بر بازه  $[1, 5]$  کدام است؟

$\frac{6}{5}$  (۴)

$\frac{4}{5}$  (۳) ✓

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{2}{5}$  (۱)

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow \bar{f} = \frac{1}{5-1} \int_1^5 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{1}{4} \times \left(x + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^5 = \frac{1}{4} \left(5 + \frac{1}{5} - 1 - 1\right) = \frac{1}{4} \left(3 + \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$$

۱۵۲- حاصل انتگرال  $\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} dx$  کدام است؟

$4$  (۴) ✓

$2$  (۳)

$2$  (۲)

$1$  (۱)

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2}} du = \int_0^{2\pi} \sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}} du = \int_0^{2\pi} \left| \sin \frac{x}{2} \right| du$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} du = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{2\pi} = -2 \cos \pi + 2 \cos 0 = 4$$